

УДК 520.6.05

Лисенко О.І.Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**Явіся В.С.**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОТРИМАННЯ СИГНАЛІВ УПРАВЛІННЯ ДЛЯ СИСТЕМ ОРІЄНТАЦІЇ ТА СТАБІЛІЗАЦІЇ НАНОСУПУТНИКА

У статті досліджуються методи одержання сигналів управління виконавчими органами систем орієнтації та стабілізації просторового положення надмалих космічних апаратів. Традиційні методи оцінюються з погляду можливості їх практичної реалізації, а також з урахуванням обмежень на ваго-габаритні показники.

Ключові слова: безплатформна інерційна система, сигнал управління, система орієнтації і стабілізації, наносупутник.

Постановка проблеми. Під час перебування на орбіті наносупутник (НС) зазнає збурень, тому навіть у разі забезпечення правильної орієнтації під час виводу на орбіту через деякий час виникає необхідність керування його положенням.

Традиційно для вирішення завдання орієнтації та стабілізації застосовуються два методи [1]: пасивний та активний.

У разі, коли НС вирішує завдання, не пов'язані з необхідністю змінювати його просторове розташування протягом усього строку експлуатації, доцільно використовувати пасивні методи.

В інших ситуаціях обґрунтованим буде застосування активних методів, оскільки саме вони, крім стабілізації, здатні забезпечити зміну орієнтації впродовж коротких інтервалів часу. Активні методи стабілізації бувають трьох типів: стабілізація за допомогою двигунів-маховиків; стабілізація за допомогою моментного магнітоприводу; система стабілізації з реактивними двигунами [2; 3].

Незалежно від того, яка система стабілізації та орієнтації буде використовуватися, для її роботи необхідно одержати сигнали управління. Таке завдання вирішується, як правило, за допомогою інерціальних систем.

Аналіз досліджень і публікацій. Інерція є найбільш універсальним фактором, що дає змогу створити прилади для реєстрації зміни швидкості тіл у просторі. Такі прилади, називані акселерометрами або датчиками прискорень, дають змогу

вимірювати проекцію на свою вісь чутливості прискорення тієї точки НС, де він установлений. Акселерометр реагує тільки на сили, що прикладаються за посередництвом НС. Якщо один зі складників загальної сили, що визначає прискорений рух НС, зумовлений дією тяжіння, то відповідний їй складник прискорення не може бути виміряний акселерометром. Сили тяжіння діють однаково як на прилад, так і на НС, і тому за відсутності інших сил за допомогою акселерометра не можуть бути виявлені.

Таким чином, під час руху НС у полі тяжіння вимірюване акселерометром прискорення відрізняється від дійсного, тому одержало назву *гаданого прискорення*. Вимір гаданого прискорення дає змогу визначити дійсне положення НС щодо центру тяжіння за допомогою інтегрування навігаційного рівняння:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{dU}{dR} + a_k,$$

де R – вектор положення центру маси НС щодо центру тяжіння; a_k – вектор гаданого прискорення центру маси НС; U – вектор-потенціал поля тяжіння.

Для управління необхідно знати три ортогональні складові вектори a_k , тобто мати три датчики, встановлені у центрі маси НС, із трьома взаємно перпендикулярними осями чутливості. Ці осі чутливості повинні бути орієнтовані за тими осями координат, у яких заданий вектор R . Три-

едр осей чутливості акселерометрів являє собою *осі вимірювальної системи*, а осі, у яких заданий вектор R , – *інерційний координатний базис*, тобто базис, щодо якого відраховується абсолютне прискорення. Осі інерції (або осі форми) НС не збігаються з інерційним базисом, а обертаються щодо нього залежно від напрямку вектору швидкості центру маси НС. Отже, для управління за допомогою виміру гаданих прискорень, або *інерційного управління*, необхідно або сполучати осі вимірювальної системи з інерційним координатним базисом незалежно від руху НС, або в кожний момент часу знати взаємне розташування осей вимірювальної системи й інерційного базису. В останньому варіанті складники вектору гаданого прискорення з осей вимірювальної системи повинні бути перепроєктовані на осі інерційного координатного базису [4].

Найбільш вигідним розташуванням вимірювальної системи для другого з названих вище варіантів інерційного управління є сполучення її осей з осями форми НС.

Таким чином, технічна реалізація методу інерційного управління можлива у двох варіантах. Перший – за допомогою пристроїв, які не обертаються разом із НС і, зберігаючи своє положення відносно інерційного базису, слугують опорою для вимірювальної системи. Другий варіант – за допомогою пристроїв, які забезпечують обчислення параметрів, що визначають кути між осями вимірювальної системи й інерційного базису, а також проектування вимірюваних компонентів прискорення на осі цього базису.

Перший варіант вимагає наявності приладів, що фізично моделюють інерційний базис на борті НС, – гіростабілізованих платформ, другий – використання безплатформних систем.

Створення безплатформних систем стримувалося внаслідок обмежених можливостей цифрових обчислювальних машин, здатних у реальному часі вирішувати складні рівняння зв'язку двох координатних систем, тоді як рівень розвитку гіроприладобудування вже давав змогу створити високоточні тривісні платформи.

Зараз ситуація стала діаметрально протилежною. Під час реалізації платформових систем забезпечення необхідної надійності та збільшення точності виявилось пов'язаним зі значним ростом маси й габаритів платформ, негативною є і їхня чутливість до великих перевантажень і кутів обертання, що характерно для НС. Тому безплатформні інерційні системи (БІС) завдяки наявності сьогодні високошвидкісних обчислювальних при-

строїв у мініатюрному виконанні займають лідируюче положення під час створення нових систем управління об'єктами, для яких є критичними ваго-габаритні показники таких систем [4; 5].

Постановка завдання. БІС, як і будь-яка інерційна система управління НС, як правило, складається із двох підсистем, які іменуються навігаційною системою і системою стабілізації. Завдання навігаційної системи – визначити початкове положення НС і програму польоту. Завдання системи стабілізації – забезпечити управління таким чином, щоб виконати програму польоту з необхідною точністю. Під час автоматизації системи стабілізації насамперед вирішується завдання демпфірування коливань НС, що виникають за зміни програми польоту і дії зовнішніх збурень.

Теорія повністю автоматизованої системи стабілізації, як і будь-якої системи автоматичного управління, містить математичний опис руху НС, який розглядається як об'єкт управління. Центральним завданням цієї теорії є обґрунтування вибору законів управління, тобто співвідношень, що зв'язують різницю між вимірюваними поточними і програмними значеннями параметрів руху НС із командами на органі управління. Закони управління в сучасних системах стабілізації НС, крім забезпечення точності, стійкості та певного характеру перехідного процесу в системі, повинні екстремізувати певні критерії [4].

У платформних системах фізично реалізуються кути між осями інерційного базису й осями вимірювальної системи. Ці кути безпосередньо і є параметрами управління, тобто функціями, що слугують основою для одержання команди управління. У безплатформних системах стабілізації (БСС) зв'язок між інерційним і вимірювальним базисами виражається у процесі обчислень через параметри, які не можуть безпосередньо слугувати параметрами управління, тому теорія БСС містить методи одержання параметрів управління як функцій параметрів зв'язку, що обчислюються.

Специфіка БСС щодо математичного опису об'єкта стабілізації полягає в тому, що рівняння руху НС повинні бути записані через вимірювані датчиками параметри і через параметри зв'язку. Це спрощує замикання систем рівнянь стабілізації. І ще одна особливість теорії БСС – необхідність розроблення методів синтезу алгоритмів, що забезпечують обчислення параметрів зв'язку в реальному часі, а також аналізу системи помилок, що супроводжують ці обчислення.

Загалом розроблення БСС доцільно будувати таким чином, щоб, незважаючи на її специфіку,

математичний опис окремих частин системи дав би змогу під час вибору закону управління використовувати ефективні і добре розроблені загальні методи теорії автоматичного управління і, зокрема, методи, які застосовуються у платформних системах. Саме для цього необхідно визначити метод, що дає змогу одержати сигнали управління, які забезпечують роботу виконавчих органів систем орієнтації та стабілізації положенням НС.

Виклад основного матеріалу. Під час математичного опису БСС будемо використовувати системи координат: інерційну, зв'язану, зв'язану програмну, вимірювальну, швидкісну [4].

Інерційна система координат – прямокутна права система з початком у точці старту. Осі її нерухливі щодо світового простору. Перша вісь є дотичною до геоїда в момент старту, друга – вертикаллю у цей же момент. Позначення системи: початок $O_{\text{ін}}$, осі $X_{\text{ін}}$, $Y_{\text{ін}}$, $Z_{\text{ін}}$.

Зв'язана система координат – прямокутна права система з початком у центрі маси НС. Осі її збігаються з осями інерції та паралельні осям симетрії форми. Перша вісь збігається з поздовжньою віссю інерції, друга вісь паралельна головній площині симетрії НС. Позначення системи: початок O , осі X , Y , Z .

Зв'язана програмна система координат визначається так само, як і зв'язана, але замість поточного положення осей інерції розглядається їхнє програмне положення. Позначення системи: початок O , осі X^* , Y^* , Z^* .

Вимірювальна система координат може бути отримана поворотом зв'язаної системи щодо деякого центру, що не збігається з її початком. Позначення: початок O_1 осі x_1 , y_1 , z_1 . Як правило зв'язана і вимірювальна системи збігаються.

Швидкісна система координат – прямокутна права система з початком у центрі маси НС. Перша її вісь збігається з вектором швидкості НС, друга перебуває у вертикальній площині, що проходить через першу вісь. Позначення системи: початок O , осі X_{α} , Y_{α} , Z_{α} .

Параметри кутового положення. Відносне кутове положення систем координат за математичного опису БСС визначається за допомогою лінійного оператора, що являє собою квадратну матрицю виду

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

та має такі властивості:

$$\det A = 1, \quad A^T A = A A^T = E.$$

Перший індекс елемента a_{ij} належить до необертової (вихідної) системи, другий індекс – до поверненої системи, номер індексу відповідає номеру осі системи. Таким чином, якщо елементи оператора A задані, то відносне кутове положення двох систем визначене.

Геометрично дев'ятипараметричне сімейство a_{ij} являє собою косинуси кутів між відповідними осями розглянутих базисів.

Елементи оператора A позначаються в такий спосіб: μ_{ij} – для зв'язку вимірювальної системи з інерційною, μ_{ij}^* – для зв'язку швидкісної системи з інерційною, μ_{ij}^{α} – для зв'язку вимірювальної та швидкісної систем.

Якщо розглядається зв'язана програмна система, то відповідними позначеннями елементів оператора A будуть μ_{ij}^* і μ_{ij}^{α} .

З урахуванням уведених позначень стає очевидним співвідношення

$$\varepsilon = \lambda \cdot \mu^T \quad (1)$$

Напрямні косинуси a_{ij} можуть бути виражені через інші параметри обертання. У БСС практичне застосування знайшли два сімейства параметрів: трипараметричне сімейство, або кути Ейлера, і чотирипараметричне сімейство, або параметри Ейлера.

Кутами Ейлера звичайно називають кути, отримані в такий спосіб. Нехай задане початкове положення деякої прямокутної системи координат $x_0y_0z_0$ (рис. 1). Нове положення цієї системи можна одержати за допомогою трьох послідовних обертань:

- повороту навколо осі Z на кут Ейлера θ ;
- повороту навколо нового положення осі Y , позначеного Y' , на кут Ейлера ψ ;
- повороту навколо останнього положення осі X , позначеного X'' , на кут Ейлера γ .

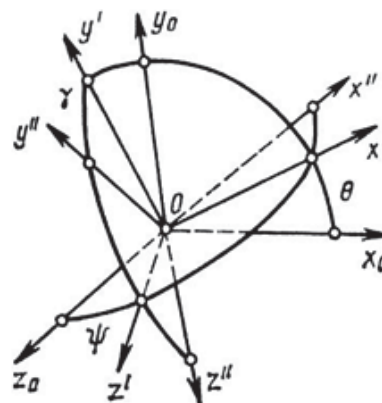


Рис. 1. Система координат для визначення кутів Ейлера

Матриці, що визначають праві обергання щодо позитивних напрямів зазначених вище осей, мають такий вигляд:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^3 & -\sin^3 \\ 0 & \sin^3 & \cos^3 \end{pmatrix}; A_2 = \begin{pmatrix} \cos\dot{E} & 0 & \sin\dot{E} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\dot{E} & 0 & \cos\dot{E} \end{pmatrix}; A_3 = \begin{pmatrix} \cos\dot{\diamond} & -\sin\dot{\diamond} & 0 \\ \sin\dot{\diamond} & \cos\dot{\diamond} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Матриця довільного повороту в тривимірному просторі $A(\Theta, \psi, \gamma)$ може бути отримана у вигляді добуток матриць A_i відповідно до числа можливих перестановок. Некомутативність матричного множення (у якій відбивається некомутативність кінцевих поворотів у тривимірному просторі) визначає неоднозначність системи кутів Ейлера. Далі буде використана матриця:

$$A(\Theta, \psi, \gamma) = A_3(\Theta)A_2(\psi)A_1(\gamma) \quad (3)$$

Кути Ейлера позначаються у такий спосіб:

- кути між інерційною і вимірювальною системами $A_2(\dot{E})A_1(\dot{\diamond})$
- кути між інерційною і швидкісною системами $\dot{\diamond}_c, \dot{E}_c, \dot{\square}_c$;
- кути між швидкісною і вимірювальною системами $a, \beta, 0$.

Якщо розглядається зв'язана програмна система, то відповідні кути позначаються $\dot{\diamond}_1^*, \dot{E}_1^*, \dot{\square}_1^*, a^*, \beta^*$.

Чотирипараметричне сімейство Ейлера геометрично являє собою три напрямні косинуси, що визначають положення деякої довільної осі обергання щодо нерухливого базису і кут повороту рухливої системи щодо цієї осі. Зв'язок параметрів Ейлера з елементами a_{ij} визначається такими співвідношеннями:

$$A = \cos e_4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + (1 - \cos e_4) \begin{pmatrix} e_1^2 & e_1 e_2 & e_1 e_3 \\ e_2 e_1 & e_2^2 & e_2 e_3 \\ e_3 e_1 & e_3 e_2 & e_3^2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$+ \sin e_4 \begin{pmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{pmatrix}$$

Або в неявній формі:

$$e_1 = \frac{a_{23} - a_{32}}{2 \sin e_4}; e_2 = \frac{a_{31} - a_{13}}{2 \sin e_4}; e_3 = \frac{a_{12} - a_{21}}{2 \sin e_4}; \cos e_4 = \frac{1}{[\text{Tr}A - 1]},$$

$e_i (i = 1, 2, 3, 4)$ – параметри Ейлера.

Застосування співвідношень (4) для обчислень недоцільно через складність. Практично більш

вигідно використовувати симетричні нормовані параметри Ейлера-Родригеса, які позначаються $\varrho_i (i = 1, 2, 3, 4)$. Зв'язок між параметрами ϱ_i і e_i визначається формулами:

$$e_1 = \frac{\varrho_1}{\sqrt{1 - \varrho_4^2}}; e_2 = \frac{\varrho_2}{\sqrt{1 - \varrho_4^2}}; e_3 = \frac{\varrho_3}{\sqrt{1 - \varrho_4^2}};$$

$$e_4 = \arccos(2\varrho_4^2 - 1);$$

$$\varrho_1 = e_1 \sqrt{\frac{1 - \cos e_4}{2}}; \varrho_2 = e_2 \sqrt{\frac{1 - \cos e_4}{2}};$$

$$\varrho_3 = e_3 \sqrt{\frac{1 - \cos e_4}{2}}; \varrho_4 = \sqrt{\frac{1 + \cos e_4}{2}}$$

де використане співвідношення $\sum_{i=1}^4 \varrho_i^2 = 1$.

Параметри ϱ_i можуть розглядатися як дійсні коефіцієнти алгебри кватерніонів. Кватерніон, або гіперкомплексне число, може бути представлений у вигляді:

$$\varrho = \varrho_1 i + \varrho_2 j + \varrho_3 k + \varrho_4 = (\varrho_4 + i\varrho_1) + (\varrho_2 + i\varrho_3)j,$$

де ϱ_i – дійсні числа, а i, j, k – елементи кватерніонного базису, що підкоряються таким правилами множення:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1; ki = -ik = j; jk = -kj = i; ij = -ji = k.$$

Визначивши пов'язаний кватерніон як $\varrho' = -\varrho_1 i - \varrho_2 j - \varrho_3 k + \varrho_4$, отримаємо:

$$|\varrho|^2 = \varrho' \varrho = \varrho \varrho' = \varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \varrho_4^2 = 1;$$

$$\varrho^{-1} = \varrho'.$$

Зв'язок між напрямними косинусами λ_{ij} і параметрами ϱ_i визначається такими формулами:

$$\lambda_{11} = \varrho_1^2 - \varrho_2^2 - \varrho_3^2 + \varrho_4^2; \lambda_{12} = 2(\varrho_1 \varrho_2 - \varrho_3 \varrho_4);$$

$$\lambda_{13} = 2(\varrho_1 \varrho_3 - \varrho_2 \varrho_4);$$

$$\lambda_{21} = 2(\varrho_1 \varrho_2 + \varrho_3 \varrho_4); \lambda_{22} = -\varrho_1^2 + \varrho_2^2 - \varrho_3^2 + \varrho_4^2;$$

$$\lambda_{23} = 2(\varrho_2 \varrho_3 - \varrho_1 \varrho_4);$$

$$\lambda_{31} = 2(\varrho_1 \varrho_3 + \varrho_2 \varrho_4); \lambda_{32} = 2(\varrho_2 \varrho_3 + \varrho_1 \varrho_4);$$

$$\lambda_{33} = -\varrho_1^2 - \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \varrho_4^2; \quad (5)$$

$$\varrho_1 = \frac{1}{2}(1 + \lambda_{11} - \lambda_{22} - \lambda_{33})^{\frac{1}{2}};$$

$$\varrho_2 = \frac{1}{2}(1 - \lambda_{11} + \lambda_{22} - \lambda_{33})^{\frac{1}{2}};$$

$$\varrho_3 = \frac{1}{2}(1 - \lambda_{11} - \lambda_{22} - \lambda_{33})^{\frac{1}{2}};$$

$$\varrho_4 = \frac{1}{2}(1 + \lambda_{11} + \lambda_{22} + \lambda_{33})^{\frac{1}{2}}.$$

Під час представлення векторів і обергань роль ортонормованого кватерніонного базису можуть відіграти комплексні (2×2) матриці:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; S_2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}; S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Якщо розглядати лінійні комбінації матриць виду E, iS_1, iS_2, iS_3 , то за дійсних коефіцієнтів $hk \in \mathbb{R}$ одержимо алгебру кватерніонів за таких правил множення утворюючих:

$$S_1^2 = S_2^2 = S_3^2 = E; S_1 S_3 = -S_3 S_1 = iS_2;$$

$$S_2 S_3 = -S_3 S_2 = -S_1; S_1 S_2 = -S_2 S_1 = -iS_3.$$

Комплексні матриці найбільш ефективні за використання ще одного сімейства – двох комплексно-сполучених параметрів, які називають параметрами Келі-Клейна. Ці параметри виражаються через кути Ейлера, зумовлені матрицею виду

$$A(\vartheta, \nu, \varphi) = A_3(\varphi) A_2(\nu) A_1(\vartheta):$$

$$A(\vartheta, \nu, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos \frac{\nu}{2} & 0 & \sin \frac{\nu}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \frac{\nu}{2} & 0 & \cos \frac{\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Параметри Келі-Клейна утворюють унімодулярну матрицю (2X2)

$$U(\vartheta, \nu, \varphi) = \begin{pmatrix} a & b \\ -\bar{b} & \bar{a} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\text{де } a = e^{\frac{\vartheta + \varphi}{2}} \cos \frac{\nu}{2}; b = e^{\frac{\vartheta - \varphi}{2}} \sin \frac{\nu}{2}; |a|^2 + |b|^2 = 1$$

(a і b – параметри Келі-Клейна).

Таким чином, якщо задане кожне з описаних вище сімейств параметрів, відносно кутове положення двох систем координат у просторі визначене [4].

Первинна інформація про параметри кутового руху НС відповідно до законів механіки може бути отримана у вигляді прискорення точки установки вимірювального приладу або інтегралів цього прискорення. Оскільки проблема виміру – це проблема переважно технічна, то як джерела первинної інформації треба розглядати або реальні, або перспективні датчики. До таких належать датчики лінійних прискорень, датчики приросту лінійної швидкості, датчики кутової швидкості, датчики приросту кута і, нарешті, датчики кутів Ейлера. Необхідно відзначити, що на будь-якому об'єкті, що рухається, можна безпосередньо (без зв'язку з іншими тілами) виміряти лише прискорення. Усі інші величини, що знімаються з датчиків, являють собою інтеграли від прискорення. Винятком є ситуація, коли для виміру кутів Ейлера на борті фізично моделюється інерційна платформа. Тому з позицій загального компонування функціональної схеми

БСС, а також для зручності формування вимог із точності доцільно розбити її на три підкласи залежно від співвідношення величин, які безпосередньо вимірюються й обчислюються [4]:

– системи, де вимірюються тільки лінійні прискорення, а всі інші параметри обчислюються;

– системи, де вимірюються, крім лінійних параметрів, і кутові швидкості;

– системи, де вимірюються будь-які параметри, включаючи і кути Ейлера.

Система на основі датчиків лінійних прискорень.

Для того щоб обчислити параметри кутового положення НС, необхідно знати його кутову швидкість відносно інерційного базису, яка може бути задана трьома проекціями на осі цього базису або на осі вимірювальної системи. Остання форма завдання компонентів кутової швидкості є в БСС кращою, тому що виміри проводяться відносно цих осей. Збільшення кутової швидкості тіла відносно осей обертання може бути представлено як інтеграл відношення різниці прискорень двох різних точок цього тіла до відстані між ними:

$$\omega_{ik} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{a_{1i} - a_{2i}}{l_i} dt,$$

де ω_{ik} – приріст кутової швидкості відносно i -ї осі на інтервалі $(t_k - t_{k-1})$; l_i – відстань між точками виміру прискорень; a_{ji} – вимірювані прискорення.

Оскільки величина l_i – постійна, то ω_{ik} пропорційна різниці показань акселерометрів з інтегральним виходом. Максимальна точність таких приладів характеризується помилкою близько 0,001% масштабного коефіцієнта [6]. Отже, помилка на одному такті обчислень кутової швидкості буде порядку 10^{-4} с^{-1} для плеча довжиною 1 м. За величини кроку дискретності 0,1 с помилка обчислень уже за 2–3 хвилини накопичується до величин, порівнянних із вимірюваними значеннями, що приводить до необхідності мати датчик із нестабільністю масштабного коефіцієнта не більше $10^{-6}\%$, на що розраховувати навіть у перспективі важко. Таким чином, система на основі одних датчиків лінійних прискорень поки представляє лише теоретичний інтерес.

Система на основі датчиків, що вимірюють кути Ейлера.

Як було зазначено вище, відлік кутів Ейлера проводиться від інерційного базису, тому його фізичне моделювання є неминучим. Однак у цьому разі на відміну від звичайних платформних систем моделюються тільки вимірювальні осі, а не платформа для розміщення датчиків лінійних прискорень. Таким чином, для одержання

інерційних компонентів вектора швидкості необхідні вимірювання, які здійснюються відносно зв'язаної системи координат, перераховувати до інерційного координатного базису (ІКБ).

Елементи a_{ij} оператора A обчислюються в такій системі на основі безпосередньо вимірюваних кутів Ейлера. Якщо початкова орієнтація вимірювальних осей гіроскопічної системи обрана так, щоб гіроскопічні кути збігалися з певною системою кутів Ейлера, то обчислення елементів a_{ij} можна робити за формулами (2) і (3). Порядок множення матриць A_i у цьому разі однозначно визначається вибором початкової орієнтації осей вимірювальної гіросистеми. Наприклад, якщо в початковий момент осі вимірювальної системи розташовані, як показано на рис. 2, то за використання матриці виду (3) одержуємо необхідні співвідношення:

$$\Theta 1r = \Theta 1; \quad E 1r = E 1; \quad {}^3 1r = {}^3 1; \quad (8)$$

де індексом «г» позначені гіроскопічні кути. Перевагою подібної системи порівняно з системами попереднього класу є економія обчислювальних ресурсів під час аналітичної побудови інерційного базису. Значним недоліком є обмеження максимальних кутів повороту і припустимих перевантажень через наявність вільних гіроскопічних систем на борті НС. Система з виміром кутів Ейлера може розглядатися як граничний варіант між платформним і безплатформним варіантами: за наявністю фізичних моделей ІКБ на борті цю систему можна віднести до категорії звичайних інерційних, а за характером розташування датчиків прискорення – до категорії безплатформних систем.

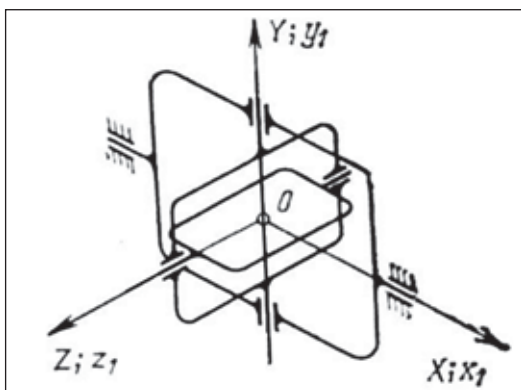


Рис. 2. Приклад розташування осей вимірювальної гіросистеми

Відзначений недолік системи з вільними гіроскопічними приладами на теперішньому етапі розвитку інерційних систем управління зводить до

мінімуму переваги БІС. Дійсно, порівняно з гіростабілізованою платформою зберігається перевага у забезпеченні надійності, а також у можливості використовувати датчик прискорення більших ваг і габаритів. Недоліком є необхідність мати на борті потужний обчислювач, що збільшує до того ж сумарну помилку побудови ІКБ.

Система з виміром лінійних прискорень і кутової швидкості.

Усі наявні і перспективні високоточні датчики лінійних прискорень і кутових швидкостей дають змогу одержувати інформацію тільки у вигляді приросту інтегралів від названих параметрів, тобто, по суті, є датчиками приросту лінійної швидкості і кутів обертання НС. Але такі параметри, як лінійне прискорення і кутова швидкість, мають набагато глибший фізичний зміст, ніж приріст їх інтегралів. Тому в цьому разі можна говорити про існування двох методів:

- будувати математичний апарат паралельно для безпосередньої та інтегральної форми знімання інформації з вимірювальної системи;

- під час розв'язку теоретичних питань вважати, що інформація про параметри руху доступна в дійсній розмірності останніх, а практично інтегральний її характер урахується під час розроблення конкретних алгоритмів побудови ІКБ.

Для обчислення параметрів руху НС необхідно знати вектор прискорення його центру маси і вектор кутової швидкості обертання біля центру маси. Таким чином, вимірювальна система повинна мати мінімум три датчики лінійних прискорень і три датчики кутової швидкості.

Висновки. Якщо виходити з відомого факту, що величини відходу сучасних гіроплатформ визначаються помилками датчиків кутової швидкості, то величина помилки в кутовому положенні ІКБ, що обчислюється, в ідеалі (тобто якщо до неї не додаються помилки обчислень) має той самий порядок, що і відхід стабілізованої гіроплатформи. Таким чином, у БІС, поряд із загальною для всіх інерційних систем проблемою зменшення дрейфу вимірювальної системи, з'являється проблема зменшення величини помилки обчислень за аналітичної побудови ІКБ. Відзначимо, що поява в БІС нової помилки – помилки обчислень – компенсується значно більшими потенційними можливостями зменшення дрейфу вимірювальної системи (порівняно з гіроінерційними системами) за рахунок більших можливостей зі збільшення маси і габаритів датчиків первинної інформації.

Тому під час побудови системи стабілізації НС для одержання керуючої інформації доцільно використовувати системи з виміром лінійних прискорень і кутової швидкості.

Список літератури:

1. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. – М.: Наука, 1980. – 512 с.
2. Явися В.С. Способы управления пространственным положением наноспутника // Десята міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми телекомунікацій». Збірник тез. – К.: НТУУ «КПІ». – 2016. – С. 507–510.
3. Попов В.И. Системы ориентации и стабилизации космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1986. – 184 с.
4. Лебедев Р.К. Стабилизация летательного аппарата бесплатформенной инерциальной системой. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
5. Гушин В.Н. Основы устройства космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 2003 г. – 272 с.
6. Литвин М.А., Малюгина А.А., Миллер А.Б. Типы ошибок в инерциальных навигационных системах и методы их аппроксимации // Информационные процессы. – 2014. – Том 14. – № 4. – С. 326–339.

**АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПОЛУЧЕНИЯ СИГНАЛОВ УПРАВЛЕНИЯ
ДЛЯ СИСТЕМ ОРИЕНТАЦИИ И СТАБИЛИЗАЦИИ НАНОСПУТНИКА**

В статье исследуются методы получения сигналов управления исполнительными органами систем ориентации и стабилизации пространственного положения сверхмалых космических аппаратов. Традиционные методы оцениваются с точки зрения их практической реализуемости, а также с учетом ограничений на массо-габаритные показатели.

Ключевые слова: бесплатформенная инерциальная система, сигнал управления, система ориентации и стабилизации, наноспутник.

**ANALYSIS METHODS OF CONTROL SIGNALS
FOR ORIENTATION AND STABILIZATION SYSTEMS OF NANO-SATELLITES**

The scientific article is devoted to methods of producing the control signals by the executive bodies of orientation and stabilization systems attitude ultrasmall satellites. Traditional methods are evaluated in terms of their feasibility, as well as the restrictions on weight and overall performance.

Key words: strapdown inertial system, a control signal, the system orientation and stabilization, nano-satellite.